

FORECASTING

Daniil Koloskov, Marina Turuntseva

The oil and coke prices forecast evaluation using
the different forecasting scheme 5

SOCIETY

Natalia Roslyakova, Alexander Volkov

The “values–beliefs–norms” model development in the study
of the Murmansk region population pro-ecological behavior:
The specifics of single-industry towns 26

HEALTH AND INCOME

Anastasiia Deeva

Earnings and overweight in Russia: Men and women 47

Alina Khabibullina

Socioeconomic gradient in children’s health in Russia:
Inequality formation in early childhood 68

THEORY AND METHODOLOGY

Elena Kotyrlo

Evaluation of continuous treatment 93

Rogneda Vasilyeva, Anton Skrobotov, Aleksei Tsarev

Structural breaks in panel data:
COVID-19 pandemic in Russian regions 117

Прикладная эконометрика, 2025, т. 80, с. 5–25.

Applied Econometrics, 2025, v. 80, pp. 5–25.

DOI: 10.22394/1993-7601-2025-80-5-25

EDN: ASKHGJ

Д.А. Колосков, М.Ю. Турунцева¹

Анализ качественных свойств прогнозов цен на нефть и нефтепродукты с использованием различных схем прогнозирования

Ценовые показатели чаще всего являются нестационарными случайными процессами. Следствием этого является то, что с теоретической точки зрения наилучшим прогнозом служит последнее известное значение. В данной статье на примере фьючерсных цен на нефть и нефтепродукты рассматриваются различные подходы к построению псевдовневыборочных прогнозов. На простых эконометрических моделях (различные варианты случайного блуждания, скользящее среднее, модели линейного тренда, ARIMA) были проанализированы прогнозные свойства рекурсивной и скользящей схемы прогнозирования. По результатам исследования скользящая схема прогнозирования чаще показывала лучшие результаты, чем рекурсивная. Наиболее универсальными моделями для прогнозирования цен нефти и нефтепродуктов стали: модель линейного тренда, построенная по скользящей схеме прогнозирования с окном 6 лет; модель ARIMA, построенная по скользящей схеме прогнозирования с окнами 8 и 9 лет. Отмечается среднее ухудшение качества прогноза относительно наивного прогноза при увеличении прогнозного периода с 24 до 60 месяцев.

Ключевые слова: прогнозирование; псевдовневыборочный прогноз; скользящее среднее; скользящая схема; скользящее окно; рекурсивная схема; оценка качества прогноза; нефть; нефтепродукты, цены.

JEL classification: C53; E31.

1. Введение

Цены на энергоресурсы, в частности на нефть и нефтепродукты, являются одними из самых чувствительных показателей, влияющих на мировую экономику. Проблемы прогнозирования цен на нефть и нефтепродукты рассмотрены в работах (Hamilton, 1983, 2013; Baumeister, Kilian, 2014, 2015) и др. Задача прогнозирования сырьевых цен осложняется тем, что они обладают специфическими динамическими свойствами, поскольку, как правило, являются случайными блужданиями, а лучшим прогнозом такого ряда служит последнее известное значение, не зависящее от горизонта прогнозирования. Поэтому исследование прогностических свойств моделей цен на нефть и нефтепродукты часто похоже

¹ Колосков Даниил Александрович — РАНХиГС, Москва; koloskov-da@ranepa.ru.

Турунцева Марина Юрьевна — РАНХиГС, Москва; turuntseva@ranepa.ru.

на гонку за случайным блужданием, когда исследователи пытаются найти модель, превосходящую наивный прогноз, см. (Kilian, Vigfusson, 2017), а для комбинированных прогнозов (Астафьева, Турунцева, 2023, 2024; Clark, McCracken, 2009; Wang, 2023).

(Inoue et al., 2017) также отмечают, что подавляющее большинство реальных показателей не являются стационарными, поэтому возникает серьезный вопрос о необходимости использования всей имеющейся о них информации для прогнозирования. Рассматривая ряд фьючерсных цен на нефть, авторы отмечают его высокую волатильность в разные периоды времени. Поэтому возникает предположение, что для построения прогноза будет достаточно только последних, наиболее близких к концу рассматриваемого периода значений, а не всего ряда целиком.

В данной работе предпринята попытка найти подход к прогнозированию цен на нефть и нефтепродукты, который превосходил бы по качеству наивный прогноз на горизонтах прогнозирования от 1 до 12 месяцев. В общей сложности рассмотрено около 60 моделей на двух прогнозных периодах. Выявление наиболее универсальной модели прогнозирования цен нефти и нефтепродуктов проводится посредством введения специального показателя, по которому составляется рейтинг сильнейших моделей. Статья имеет следующую структуру. В разделе 2 приводится обзор литературы по тематике статьи, в разделе 3 описывается методология исследования, в разделе 4 приводятся результаты эмпирических исследований, в разделе 5 обсуждаются выводы по результатам исследования.

2. Обзор литературы

В литературе описано множество примеров построения псевдовневыборочных прогнозов с использованием различных схем прогнозирования (West, 2006; Baumeister, Kilian, 2014, 2015; Stock, Watson, 2003) и др.

Стандартно используются три схемы прогнозирования: рекурсивная, скользящая и фиксированная. Принцип устройства этих схем хорошо изложен в работе (West, 2006). Также встречаются комбинации схем, преимущества такого подхода показаны, например, в (Baumeister, Kilian, 2015).

В работе (Baumeister, Kilian, 2014) рассматривается проблема построения прогноза в реальном времени для квартальных данных цен на нефть WTI и Брент. Для построения прогнозов используются рекурсивная и скользящая схемы прогнозирования, а также их комбинации. В качестве модели прогнозирования авторы применяли модель VAR. Сделан вывод, что для низкочастотных (квартальных) рядов вне зависимости от длины скользящего окна прогнозы скользящих VAR менее точны, чем прогнозы рекурсивных VAR. О расхождении относительных значений MSE и MAE для прогнозов, построенных по рекурсивной и скользящей схемам прогнозирования, написано в работе (Morales-Arias, Moura, 2013), в которой авторы прогнозируют обменные курсы с помощью панельных данных.

В макроэкономической литературе наиболее популярными являются прогнозы, построенные по рекурсивной схеме с использованием всего массива имеющихся данных (Stock, Watson, 2003), в то время как в финансовой литературе чаще всего используется скользящая схема прогнозирования, которая помогает избавиться от ненужных зависимостей внутри высокочастотных рядов (Zivot et al., 2003). В статье (Sahiner, 2022) показано незначительное расхождение между результатами использования рекурсивной и скользящей схем

для финансовых рядов на азиатском рынке. В литературе также встречаются примеры использования этих схем прогнозирования к медицинским рядам. Так, в (Amor et al., 2016) при прогнозировании физиологических рядов с постоянной и переменной дисперсией использовалась стандартная авторегрессионная модель. В результате сделан вывод, что метод скользящего окна наилучшим образом подходит для физиологических рядов с непостоянной дисперсией, а рекурсивная схема — для рядов с постоянной.

Для скользящей схемы прогнозирования важен выбор оптимальной ширины окна. Уменьшение размера скользящего окна прогнозирования может привести к увеличению дисперсии и среднеквадратичной ошибки прогнозирования. Размер окна напрямую влияет на оценки модели и качество прогноза. Поэтому крайне важно соблюдать баланс между слишком широким и слишком узким окном (Clark, McCracken, 2009). При выборе ширины скользящего окна важно учитывать размер прогнозируемой выборки, а также разумные временные размеры окна (Cai, Juhl, 2023). В работе (Inoue et al., 2017) авторы сосредотачиваются на методике выбора оптимальной ширины окна, а также доказывают асимптотическую обоснованность² выбранного подхода. На примере показателей роста реального производства и инфляции США им удается улучшить традиционные методы прогнозирования с помощью выбора оптимального размера окна.

Превосходство прогнозов, построенных по модели скользящей регрессии, над прогнозами по модели исторического среднего (т.е. среднего значения показателя) отмечено в (Black et al., 2014). В работе исследуется возможность использования взаимосвязи между ключевыми индексами и ценами на сырьевые товары. Скользящая схема прогнозирования лучшим образом справляется с разрывами или изменениями значений параметров. Авторы рекомендуют использовать наиболее длинные скользящие окна, аргументируя это тем, что короткие могут давать слишком волатильные результаты. Модель с окном в 15 лет показала наилучшие результаты среди всего спектра рассмотренных в этой работе моделей. В (Guidolin et al., 2013) прогнозируются американские индексы цен 12 видов товаров и секторов с использованием скользящей схемы прогнозирования и шириной окна 5 лет. В работе (McMillan, 2018) для прогнозирования акций с помощью логарифмической дивидендной доходности были рассмотрены скользящие окна размером 3, 5 и 7 лет для выборок длиной порядка 450 наблюдений. Лучшие результаты были получены для модели с окном в 5 лет. В статье (Аганин и др., 2023) изучаются подходы к моделированию волатильности на криптовалютных рынках. Прогнозировалась волатильность Bitcoin и E-mini S&P 500 на один шаг вперед, модели HAR и GARCH оценивались в скользящем окне длиной 399 дней с шагом скользящего окна 5 дней. Ширина выбранного окна составила примерно 25% длины всего ряда. Авторы использовали оценку с помощью скользящего окна для учета возможных неоднородностей во временном ряде. Размер окна был выбран из соображения устойчивости оценок.

Существуют различные подходы к определению наиболее универсальной модели прогнозирования. Makridakis et al. (2020) предложили показатель, позволяющий выявлять лучшую по прогнозной силе модель среди большого числа моделей и показателей. В так называемое «соревнование по прогнозированию M4» они включили 100 тыс. непрерывных временных рядов с шестью различными частотностями из шести различных областей для тестирования наиболее универсальной модели прогнозирования. Для определения такой

² То есть при росте числа наблюдений выбранная ширина окна сходится к оптимальной и обеспечивает минимальную ошибку прогноза.

модели авторы комбинируют усредненное (по всем 100 тыс. рядам) относительное значение метрик MASE и sMAPE (как среднее арифметическое). Данный показатель получил название *общий средневзвешенный показатель* (overall weighted average, OWA). Наиболее универсальной является та модель, у которой значение OWA является наименьшим. Отметим, что победителем этого соревнования стал S. Smyl из компании Uber, который представил гибридный метод, сочетающий в себе экспоненциальное сглаживание и рекуррентную нейронную сеть в единой архитектуре (Smyl, 2020). В более поздних работах и в соревнованиях M5 (Makridakis et al., 2022) и M6 (Makridakis et al., 2025) для выявления лучшей модели были использованы метрики WRMSSE (Weighted Root Mean Squared Scaled Error) и коэффициент Шарпа соответственно.

В данной статье рассматривается псевдовневыборочный прогноз для фьючерсных цен на нефть и нефтепродукты по рекурсивной и скользящей схемам прогнозирования. Анализируются данные месячной частотности и прогнозы на 1–12 месяцев, построенные на основе различных моделей и различных схем прогнозирования. Предпринята попытка определения наиболее универсальной модели для прогнозирования цен на нефть и нефтепродукты.

3. Данные и методика исследования

В исследовании рассматриваются месячные цены³ фьючерсных контрактов на следующие виды нефти и нефтепродуктов:

- нефть марки Brent (доллар США / баррель), июль 1988 — май 2024;
- нефть марки WTI (доллар США / баррель), апрель 1983 — май 2024;
- бензин RBOB (доллар США / галлон), ноябрь 2005 — май 2024;
- газойль Лондон⁴ (доллар США / метрическая тонна), май 1981 — май 2024;
- мазут (доллар США / галлон), январь 1980 — май 2024.

Анализ качества прогнозов различных моделей осуществляется на основе псевдовневыборочного прогноза. Для построения такого прогноза доступный временной ряд y_t , $t \in [1, T]$ разбивается на 2 части. На первом интервале (базовом периоде) $[1, T - H]$, где H — длина прогнозного периода, оценивается модель, для которой строятся прогнозы внутри второго интервала (прогнозного периода) $[T - H + 1, T]$ на $h = 1, \dots, 12$ шагов вперед. Для полученных прогнозов рассчитываются ошибки прогнозирования, на основе которых строятся стандартные метрики качества прогнозов RMSE (Root Mean Squared Error) и MAPE (Mean Absolute Percentage Error).

Для построения псевдовневыборочных прогнозов стандартно применяются три схемы прогнозирования — рекурсивная, скользящая и фиксированная. В данной статье анализируются свойства первых двух схем прогнозирования фьючерсных цен.

В рекурсивной схеме прогнозирования модель оценивается на всем базовом периоде $[1, T - H]$, после чего строится прогноз на $h = 1, \dots, 12$ шагов вперед. Далее в базовый период добавляется новая точка, модель переоценивается уже на отрезке $[1, T - H + 1]$, строится прогноз на $h = 1, \dots, 12$ шагов вперед и т. д.

³ Источник — портал investing.com, цена ресурса за конкретный месяц определяется как значение цены на последний день месяца.

⁴ Газойль Лондон — дешевое дизельное топливо (<https://neftegaz.ru/tech-library/ngk/147445-gazoyl/#>).

В отличие от рекурсивной схемы, для скользящей необходимо выбирать ширину окна w (базового периода $T(w)$). В этом случае модель оценивается не на всем базовом периоде, а на интервале $[T-H-w, T-H]$, после чего для нее строится прогноз на $h = 1, \dots, 12$ шагов вперед. Далее при добавлении новой точки окно смещается на один месяц, модель оценивается на промежутке $[T-H-w+1, T-H+1]$, рассчитываются прогнозы на $h = 1, \dots, 12$ шагов вперед и т. д. Исследование проводилось для $H = 24$ и 60 точек; 60 точек рассматривались для проверки полученного результата на устойчивость. В настоящей статье использовались окна от 3 до 10 лет (для краткости будем рассматривать ширину w скользящего окна эквивалентно в годах).

Для каждой из схем прогнозирования рассматривались прогнозы по следующим моделям.

- Наивный прогноз RW (случайное блуждание, Random Walk): $f_{T-H,h} = y_{T-H}$.
- Наивный прогноз с дрейфом RWD (случайное блуждание с дрейфом, Random Walk with Drift):

$$f_{T-H,h} = \alpha_0 h + y_{T-H},$$

где α_0 — коэффициент смещения модели (дрейфа).

- Наивный сезонный прогноз RWS (сезонное случайное блуждание, Seasonal Random Walk):

$$f_{T-H,h} = y_{T-H-12+h}.$$

- Наивный сезонный прогноз с дрейфом RWDS (сезонное случайное блуждание с дрейфом, Seasonal Random Walk with Drift):

$$f_{T-H,h} = \alpha_0 h + y_{T-H-12+h},$$

где коэффициент смещения α_0 оценивается как среднее значение, взятое от 12-й разности временного ряда.

- Модель линейного тренда TS (Trend Stationary): $f_{T-H,h} = \alpha + \beta(T-H+h)$.
- Модель ARIMA, параметры которой определяются на основании информационного критерия Шварца (реализуется с помощью *auto_arima*⁵):

$$(1-L)^d (1-a_1 L - a_2 L^2 - \dots - a_p L^p) y_t = a_0 + (1-\beta_1 L - \beta_2 L^2 - \dots - \beta_q L^q) \varepsilon_t, \quad d \geq 0,$$

корни лаговых полиномов лежат вне единичного круга.

- Модель наивного скользящего среднего MA_N (Naïve Moving Average). Рассчитывается как среднее значение в зависимости от ширины окна, равного $W_{MA} \in [1, 10]$ лет:

$$\hat{f}_{T-H,h} = \frac{1}{W_{MA}} \sum_{i=0}^{W_{MA}} y_{T-H-W_{MA}+i}.$$

- Модель динамического скользящего среднего MA_D (Dynamic Moving Average). Рассчитывается среднее значение в зависимости от ширины (W_{MA}) рассматриваемого окна, это значение является прогнозом на следующий месяц, далее окно смещается на один

⁵ Функция *auto_arima* из Python-пакета *pmdarima* для работы с временными рядами.

месяц, добавляется новая точка, которая являлась прогнозом на предыдущей итерации, снова считается среднее значение и т.д. Так происходит $h = 1, \dots, 12$ раз для каждого горизонта прогнозирования.

Таким образом, для каждой из моделей и схем прогнозирования был получен массив 1, ..., 12-шаговых прогнозов, состоящий из 156 точек при $H = 24$, и 588 точек для $H = 60$. Для каждого массива рассчитывается ошибка прогнозирования с использованием следующих метрик:

- средняя абсолютная процентная ошибка MAPE:

$$\text{MAPE} = \frac{100\%}{n} \sum_{t=1}^n \left| \frac{y_t - \hat{y}_t}{y_t} \right|$$

(для расчета используется не процентный MAPE, а его эквивалент в долях, т.е. $\text{MAPE}/100$);

- квадратный корень из среднеквадратичной ошибки прогнозирования RMSE:

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (y_t - \hat{y}_t)^2}.$$

Метрики рассчитывались как для каждого отдельного горизонта прогнозирования $h = 1, \dots, 12$, так и для всего прогнозного массива. Для удобства оценки рассчитаны относительные RMSE и MAPE по отношению к базовому прогнозу, в качестве которого был выбран наивный прогноз RW.

Для определения наиболее универсальной модели прогнозирования цен нефти и нефтепродуктов воспользуемся методом, предложенным в работе (Makridakis et al., 2020), адаптируя его для нашей задачи. Для этого рассчитаем обобщенный показатель качества прогноза модели GMFQI (Generalized Model Forecast Quality Indicator) по следующей методике:

$$\text{GMFQI} = \frac{\text{MAPE_24} + \text{MAPE_60} + \text{RMSE_24} + \text{RMSE_60}}{4},$$

где $\text{MAPE_24} = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 (\text{MAPE_24})_i$, а $(\text{MAPE_24})_i$ — средняя относительная MAPE модели (всего массива) при $H = 24$, i — один из рассматриваемых нефтяных ресурсов. Для MAPE_60 делается то же самое, только относительное значение MAPE каждого ресурса рассчитывается при $H = 60$. Аналогичные расчеты проводятся для RMSE_24 и RMSE_60 .

По показателю GMFQI будет проводиться сравнение моделей и определяться наиболее универсальная модель прогнозирования. Все модели и расчеты были реализованы с помощью Python.

4. Эмпирические результаты

Нефть марки Brent

Поскольку предложенный подход предполагает многочисленные расчеты, рассмотрим подробно результаты для фьючерсных цен нефти марки Brent, а оценки качества прогнозов остальных показателей сформулируем более кратко⁶.

Результаты расчетов оценки качества прогнозов фьючерсных цен на нефть марки Brent на интервале с мая 2022 г. по май 2024 г. представлены в табл. 1. По строкам приведены значения относительной MAPE для каждой из 58 рассматриваемых вариаций описанных выше моделей. В столбцах 1–12 представлены значения относительной MAPE для каждого горизонта прогнозирования, в последнем столбце «Весь массив» приведена относительная MAPE прогноза, вычисленная на всем массиве прогнозов. В первой строке указано значение полученной MAPE для модели RW, в остальных указана рассчитанная относительная MAPE. Серым фоном выделены значения меньше единицы, означающие, что прогноз по данной модели лучше наивного. Чем меньше значение относительной MAPE, тем точнее прогноз модели относительно наивного прогноза. Подчеркнуты наименьшие значения в столбцах для каждого из горизонтов прогнозирования, указывающие на лучшую по качеству модель для данного горизонта. По такому же принципу построены и таблицы 2–4 в этом разделе.

Таблица 1. Относительная MAPE прогнозов фьючерсных цен на нефть марки Brent на интервале с мая 2022 г. по май 2024 г. ($H = 24$)

Модель	Горизонт прогнозирования, мес.												Весь массив
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
RW (MAPE, %)	0.06	0.09	0.12	0.15	0.16	0.17	0.17	0.17	0.17	0.18	0.17	0.18	0.15
MA_N_1	2.83	1.78	1.33	1.07	1.00	0.94	1.00	1.06	1.06	1.00	1.00	0.89	1.13
MA_N_2	2.50	1.44	0.92	0.67	0.56	0.47	0.47	0.47	0.47	0.39	0.41	0.39	0.60
MA_N_3	3.17	1.89	1.33	1.07	0.94	0.82	0.82	0.76	0.76	0.72	0.82	0.78	1.00
MA_N_4	3.50	2.11	1.50	1.20	1.12	1.00	0.94	0.94	0.88	0.89	0.94	0.89	1.13
MA_N_5	3.33	2.11	1.50	1.20	1.06	0.94	0.94	0.88	0.88	0.83	0.94	0.89	1.13
MA_N_6	3.83	2.33	1.67	1.33	1.25	1.12	1.12	1.06	1.06	1.00	1.12	1.06	1.33
MA_N_7	4.33	2.78	2.00	1.60	1.50	1.35	1.29	1.29	1.29	1.22	1.29	1.22	1.53
MA_N_8	4.50	2.89	2.08	1.67	1.50	1.35	1.35	1.29	1.29	1.28	1.35	1.28	1.60
MA_N_9	3.83	2.33	1.67	1.33	1.25	1.12	1.06	1.06	1.06	1.00	1.06	1.06	1.27
MA_N_10	3.00	1.89	1.25	1.00	0.94	0.82	0.76	0.76	0.76	0.72	0.76	0.78	0.93
MA_D_1	2.83	1.78	1.33	1.13	1.12	1.06	1.12	1.12	1.06	1.06	1.06	0.94	1.20
MA_D_2	2.50	1.44	0.92	0.67	0.62	0.59	0.65	0.65	0.71	0.67	0.71	0.67	0.73
MA_D_3	3.17	1.89	1.25	0.93	0.81	0.65	0.65	0.59	0.53	0.44	0.41	0.39	0.80
MA_D_4	3.50	2.11	1.50	1.20	1.06	0.94	0.94	0.88	0.88	0.83	0.88	0.83	1.13
MA_D_5	3.33	2.11	1.42	1.13	1.06	0.94	0.94	0.88	0.88	0.89	0.94	0.89	1.13
MA_D_6	3.83	2.33	1.67	1.27	1.19	1.06	1.00	0.94	0.94	0.89	0.94	0.94	1.20
MA_D_7	4.33	2.78	1.92	1.53	1.38	1.24	1.18	1.18	1.12	1.06	1.12	1.11	1.47
MA_D_8	4.50	2.89	2.08	1.67	1.56	1.41	1.35	1.35	1.29	1.22	1.35	1.28	1.60

⁶ Подробные результаты можно получить по запросу у авторов.

Окончание табл. 1

Модель	Горизонт прогнозирования, мес.												Весь массив
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
MA_D_9	3.83	2.44	1.75	1.40	1.38	1.24	1.24	1.24	1.24	1.22	1.29	1.28	1.47
MA_D_10	3.00	1.89	1.33	1.07	1.00	0.94	0.88	0.88	0.94	0.89	1.00	1.00	1.07
RWS	4.67	3.00	2.17	1.67	1.56	1.41	1.41	1.35	1.35	1.22	1.18	1.00	1.60
RWD_r	1.00	1.00	1.08	1.07	1.06	1.06	1.00	1.06	1.06	1.11	1.12	1.11	1.07
RWDS_r	4.33	2.89	2.17	1.67	1.50	1.47	1.53	1.47	1.47	1.33	1.29	1.11	1.67
TS_r	2.17	1.33	0.92	0.67	0.69	0.71	0.76	0.82	0.82	0.78	0.82	0.72	0.80
ARIMA_r	1.00	1.00	1.00	1.00	0.94	0.94	0.88	0.94	0.94	1.00	1.00	0.94	0.93
RWD_mw_3	1.17	1.22	1.25	1.20	1.25	1.24	1.29	1.47	1.59	1.61	1.71	1.61	1.40
RWDS_mw_3	6.17	4.56	3.67	3.13	3.06	3.12	3.29	3.41	3.29	2.83	2.53	1.94	3.13
TS_mw_3	4.67	3.33	2.67	2.27	2.31	2.41	2.59	2.76	2.94	2.89	3.12	3.06	2.80
ARIMA_mw_3	1.00	1.00	1.08	1.07	1.06	1.00	0.94	1.06	1.12	1.11	1.12	1.11	1.07
RWD_mw_4	1.00	1.11	1.17	1.13	1.12	1.12	1.12	1.18	1.24	1.22	1.29	1.33	1.20
RWDS_mw_4	5.17	3.44	2.58	2.13	2.06	2.00	2.12	2.12	2.00	1.72	1.65	1.33	2.13
TS_mw_4	3.00	2.00	1.50	1.13	1.12	1.12	1.24	1.35	1.41	1.33	1.41	1.39	1.40
ARIMA_mw_4	1.00	1.00	1.00	1.00	0.94	0.94	0.88	0.88	0.88	0.89	0.88	0.89	0.93
RWD_mw_5	1.00	1.11	1.17	1.20	1.19	1.18	1.18	1.24	1.29	1.33	1.35	1.33	1.20
RWDS_mw_5	5.17	3.33	2.42	1.87	1.81	1.65	1.76	1.76	1.71	1.39	1.29	0.94	1.80
TS_mw_5	2.17	1.22	0.83	0.60	0.56	0.47	0.53	0.59	0.59	0.50	0.53	0.56	0.67
ARIMA_mw_5	0.83	0.89	0.75	0.80	0.75	0.71	0.59	0.59	0.53	0.50	0.59	0.61	0.67
RWD_mw_6	1.00	1.11	1.17	1.13	1.12	1.12	1.12	1.24	1.29	1.33	1.35	1.28	1.20
RWDS_mw_6	5.17	3.44	2.50	2.07	1.94	1.82	1.94	1.88	1.76	1.50	1.35	1.00	1.93
TS_mw_6	2.00	1.11	0.67	0.53	0.44	0.41	0.47	0.47	0.47	0.44	0.47	0.44	0.53
ARIMA_mw_6	1.00	1.00	1.00	1.00	0.94	0.94	0.88	0.88	0.88	0.89	0.88	0.89	0.93
RWD_mw_7	1.00	1.11	1.17	1.13	1.12	1.12	1.12	1.18	1.24	1.28	1.35	1.28	1.20
RWDS_mw_7	5.17	3.44	2.50	2.00	1.94	1.82	1.94	1.94	1.76	1.50	1.35	1.00	1.93
TS_mw_7	2.00	1.11	0.67	0.53	0.50	0.41	0.47	0.53	0.53	0.44	0.47	0.44	0.53
ARIMA_mw_7	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.94	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
RWD_mw_8	1.00	1.00	1.08	1.07	1.06	1.00	1.00	1.00	1.06	1.06	1.06	1.11	1.07
RWDS_mw_8	4.83	3.11	2.25	1.80	1.69	1.65	1.71	1.76	1.65	1.39	1.29	1.00	1.73
TS_mw_8	2.33	1.33	0.83	0.67	0.56	0.47	0.47	0.47	0.47	0.39	0.35	0.39	0.60
ARIMA_mw_8	0.83	0.89	0.92	0.93	0.88	0.88	0.82	0.82	0.76	0.78	0.76	0.72	0.80
RWD_mw_9	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.06	1.06	1.00	1.00
RWDS_mw_9	4.67	3.00	2.00	1.53	1.38	1.24	1.24	1.29	1.24	1.11	1.06	0.78	1.47
TS_mw_9	3.50	2.11	1.42	1.13	1.06	0.94	0.88	0.88	0.82	0.83	0.88	0.83	1.07
ARIMA_mw_9	1.00	0.89	0.83	0.80	0.81	0.76	0.76	0.82	0.76	0.78	0.88	0.78	0.80
RWD_mw_10	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
RWDS_mw_10	4.67	3.00	2.00	1.53	1.38	1.24	1.24	1.24	1.18	1.00	1.00	0.72	1.40
TS_mw_10	4.67	3.00	2.17	1.80	1.69	1.53	1.53	1.47	1.47	1.44	1.59	1.50	1.73
ARIMA_mw_10	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.06	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00

Примечание. Цифры в конце модели обозначают размер скользящего окна (в годах), а «г» и «mw» — рекурсивную и скользящую схемы прогнозирования соответственно.

Для краткосрочного прогноза на горизонтах 1 и 2 месяца лучшим прогнозом является модель ARIMA, оцененная по скользящей схеме прогнозирования с окнами шириной 5 и 8 лет. На горизонтах до 6 месяцев включительно лучшей, в среднем, оказывается модель линейного тренда TS (скользящая схема прогнозирования с окнами 6 и 7 лет), она же сохраняет свое преимущество в прогностических способностях и на больших горизонтах прогнозирования от 6 до 12 месяцев. Стоит отметить хорошее качество модели TS с окном 8 лет, которое в среднем немного хуже, чем у модели с меньшим окном. Также на горизонтах от 6 до 12 месяцев хорошие результаты показала модель наивного скользящего среднего MA_N с шириной окна 2 года.

Исходя из относительной MAPE всего прогноза (табл. 1, «Весь массив»), можно заключить, что наилучшей моделью для прогнозирования цены нефти на горизонтах от 1 до 12 месяцев является модель линейного тренда TS со скользящими окнами шириной 6 и 7 лет. Относительная MAPE этой модели составила 0.53, а MAPE модели наивного прогноза RW — 0.15. Это означает практически двукратное улучшение качества прогноза по отношению к базовому предположению о том, что лучшим прогнозом является последнее известное значение. Хорошие прогностические способности показали также модели TS с окном 8 лет и модель наивного скользящего среднего (MA_N) с окном 2 года, данные модели на горизонтах 9–12 месяцев почти в 2.5 раза превосходят наивный прогноз по относительным метрикам. Отметим хорошие показатели прогноза от 6 до 12 месяцев моделей наивного скользящего среднего MA_N с окнами от 2 до 5 лет и 10 лет, моделей динамического скользящего среднего MA_D с окнами от 2 до 6 лет и 10 лет, а также всех моделей тренда TS по обеим схемам прогнозирования с окном до 9 лет. Все перечисленные модели показали в среднем в 1.5 раза лучший результат, чем наивный прогноз. Модель линейного тренда TS, построенная по скользящей схеме прогнозирования с окном в 10 лет, показала негативный результат, поэтому можно сделать вывод, что такая ширина окна негативно влияет на качество работы модели. Среди моделей ARIMA наименьшее значение относительной MAPE удалось достичь при размерах скользящего окна 4 и 5 лет.

Известно, что метрика RMSE более чувствительна к выбросам, чем MAPE. В таблице 2 представлены результаты расчетов оценки качества прогнозов фьючерсных цен на нефть марки Brent на интервале с мая 2022 г. по май 2024 г., подсчитан относительный RMSE для каждой из 58 рассматриваемых ранее моделей. Для краткости изложения результатов в таблицах далее будут приведены 10 моделей с наименьшим значением относительной MAPE или RMSE всего прогнозного массива по возрастанию.

Из таблиц 1 и 2 можно видеть, что разные критерии качества прогнозов дают схожие результаты. С точки зрения метрики RMSE, наилучшей моделью для прогнозирования цены на нефть марки Brent является модель линейного тренда TS со скользящим окном 6 лет, на втором месте — модель TS с окном 7 лет. Это совпадает и с результатами из табл. 1. Отметим качество прогнозов моделей скользящего наивного и динамического среднего (MA_N, MA_D) на горизонтах от 6 до 12 месяцев, их RMSE в среднем в 1.5 раза меньше RMSE наивного прогноза RW, этот результат справедлив и для метрики MAPE. Для RMSE также справедливы хорошие показатели всех моделей TS до окна 9 лет включительно и моделей ARIMA с окнами 4 и 5 лет. Сезонные модели, такие как сезонное случайное блуждание RWS и сезонное случайное блуждание с дрейфом RWDS, при всех схемах прогнозирования показали плохие результаты, что говорит в пользу отсутствия сезонности в данных. По относительным показателям всего массива модель RWS оказалась в 1.6 раза хуже наивного прогноза. Наименьшее значение среди относительных показателей для модели RWDS было

Таблица 2. Относительная RMSE прогнозов фьючерсных цен на нефть марки Брент на интервале с мая 2022 г. по май 2024 г. ($H = 24$) по лучшим 10 моделям

Модель	Горизонт прогнозирования, мес.												Весь массив
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
RW	6.51	10.2	13.4	16.1	16.1	17.5	17.8	18.5	19.0	20.4	20.3	20.2	16.1
TS_mw_6	2.47	1.24	0.69	<u>0.51</u>	<u>0.50</u>	<u>0.39</u>	<u>0.42</u>	<u>0.41</u>	0.40	0.37	0.36	0.36	<u>0.59</u>
TS_mw_7	2.44	1.22	0.68	<u>0.51</u>	0.51	0.41	0.44	0.42	0.41	0.37	0.37	0.38	0.60
ARIMA_mw_5	<u>0.88</u>	<u>0.82</u>	0.75	0.78	0.69	0.67	0.61	0.58	0.48	0.49	0.48	0.53	0.63
TS_mw_5	2.59	1.33	0.76	0.55	0.55	0.45	0.49	0.48	0.48	0.43	0.43	0.44	0.65
MA_N_2	2.89	1.51	0.88	0.64	0.62	0.47	0.47	0.42	<u>0.39</u>	0.33	0.32	0.34	0.69
TS_r	2.00	1.10	<u>0.74</u>	0.61	0.63	0.61	0.64	0.64	0.64	0.59	0.59	0.59	0.70
TS_mw_8	2.97	1.53	0.88	0.65	0.63	0.48	0.47	0.43	<u>0.39</u>	<u>0.32</u>	<u>0.31</u>	<u>0.33</u>	0.70
MA_D_2	2.89	1.47	0.85	0.62	0.61	0.52	0.56	0.56	0.57	0.53	0.52	0.52	0.74
ARIMA_mw_9	1.03	0.90	0.87	0.87	0.83	0.80	0.77	0.74	0.72	0.74	0.74	0.74	0.79
ARIMA_mw_8	<u>0.95</u>	0.91	0.87	0.90	0.84	0.83	0.80	0.79	0.75	0.76	0.71	0.68	0.82

Примечание. Цифры в конце модели обозначают размер скользящего окна (в годах), а «г» и «mw» — рекурсивную и скользящую схемы прогнозирования соответственно.

при скользящей схеме прогнозирования и ширине окна в 10 лет, однако показатель этой модели был в 1.4 раза хуже наивного прогноза RW.

Для проверки устойчивости полученного результата рассмотрим псевдовневыборочный прогноз на интервале с мая 2019 г. по май 2024 г. В таблице 3 представлены результаты расчета относительной MAPE.

При увеличении прогнозного периода среднее качество прогнозов относительно наивного снижается. Ни одна из моделей не смогла превзойти наивный прогноз на горизонтах

Таблица 3. Относительная MAPE прогнозов фьючерсных цен на нефть марки Брент на интервале с мая 2019 г. по май 2024 г. ($H = 60$) по лучшим 10 моделям

Модели	Горизонт прогнозирования, мес.												Весь массив
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
RW	0.09	0.14	0.19	0.23	0.26	0.29	0.32	0.35	0.37	0.38	0.38	0.37	0.28
ARIMA_mw_4	1.00	1.07	1.05	1.00	1.00	0.97	0.94	0.91	0.92	0.95	0.92	0.92	<u>0.96</u>
TS_mw_6	2.89	1.93	1.42	1.22	1.08	<u>0.93</u>	<u>0.88</u>	<u>0.77</u>	<u>0.73</u>	<u>0.71</u>	<u>0.71</u>	<u>0.70</u>	<u>0.96</u>
ARIMA_mw_6	1.11	1.07	1.05	1.00	1.00	0.97	0.97	0.94	0.95	0.97	0.95	0.92	<u>0.96</u>
TS_mw_7	2.78	1.79	1.37	1.17	1.04	0.97	<u>0.88</u>	0.80	0.76	0.76	0.76	0.76	<u>0.96</u>
ARIMA_mw_9	1.00	1.00	1.00	<u>0.96</u>	<u>0.96</u>	0.97	0.97	0.97	0.97	0.97	0.95	0.95	<u>0.96</u>
RWD_r	1.00	1.07	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.03	1.03	1.03	1.00
ARIMA_r	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
ARIMA_mw_5	1.11	1.07	1.05	1.04	1.04	1.00	1.00	0.97	0.97	1.00	0.97	0.97	1.00
ARIMA_mw_8	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.97	1.00
ARIMA_mw_10	1.00	1.07	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.97	0.97	1.00	1.00	1.00	1.00

Примечание. Цифры в конце модели обозначают размер скользящего окна (в годах), а «г» и «mw» — рекурсивную и скользящую схемы прогнозирования соответственно.

до 3 месяцев включительно. На горизонтах от 4 до 6 месяцев немного лучше наивного прогноза оказалась модель ARIMA, оцененная по скользящей схеме с окнами в 4 и 9 лет. На более длинных горизонтах прогнозирования от 6 до 12 месяцев модель линейного тренда TS со скользящими окнами 6 и 7 лет и модель ARIMA с окнами 8 и 9 лет превосходят по качеству модель случайного блуждания RW. Это совпадает с результатами, полученными ранее для 24-точечного прогнозного периода, но полученное улучшение уже не столь велико. Результаты по модели ARIMA со скользящим окном 4 года в среднем на всем массиве прогнозов сравнимы с результатами модели TS с окном 7 лет. Модели скользящего среднего подтвердили свои прогностические способности на длинных горизонтах прогнозирования 6–12 месяцев.

Рассмотрим результаты метрики относительного RMSE для псевдовневыборочного прогноза фьючерсных цен на нефть марки Brent на интервале с мая 2019 г. по май 2024 г. (табл. 4).

Для горизонта прогнозирования до полугода, лучшим по значениям RMSE оказывается наивный прогноз RW и модель ARIMA со скользящим окном 9 лет. Наименьшим значением относительной RMSE модели для прогнозного периода с мая 2019 г. по май 2024 г. обладает модель ARIMA, оцененная по скользящей схеме с окнами 8 и 9 лет. Значение относительной RMSE модели линейного тренда TS по скользящей схеме с окном 6 лет немного превосходит значения наивного прогноза RW начиная с горизонта прогнозирования, равного семи. Однако модель TS с окном 6 лет имеет наименьшую относительную RMSE на горизонтах 6–12 месяцев, что согласуется с полученными выше результатами. В целом, стоит отметить, что при увеличении размера прогнозного периода число моделей, превосходящих по качеству наивный прогноз, значительно сокращается.

Суммируя результаты оценок качества прогнозов цен на нефтяные фьючерсы марки Brent, можно заключить, что наилучшей моделью для прогнозирования является модель линейного тренда TS, построенная по скользящей схеме прогнозирования, с окном шириной 6 лет. Устойчивость результатов показали также модели ARIMA, оцененные по скользящей схеме

Таблица 4. Относительный RMSE прогнозов фьючерсных цен на нефть марки Brent на интервале с мая 2019 г. по май 2024 г. ($H = 60$) по лучшим 10 моделям

Модели	Горизонт прогнозирования, мес.												Весь массив
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
RW	7.56	11.7	14.8	17.3	19.0	20.6	21.9	23.6	25.1	26.5	26.9	27.2	19.7
ARIMA_mw_8	1.01	1.04	1.02	1.02	1.00	<u>0.99</u>	<u>0.97</u>	0.98	0.97	0.96	0.96	0.96	<u>0.98</u>
ARIMA_mw_9	1.05	1.02	1.00	<u>0.99</u>	<u>0.98</u>	<u>0.99</u>	<u>0.97</u>	0.97	0.97	0.97	0.97	0.97	<u>0.98</u>
RWD_r	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.01	1.00	1.00	1.00	1.00
ARIMA_r	<u>0.99</u>	1.00	1.00	1.02	1.02	1.03	1.02	1.02	1.01	1.01	1.01	1.01	1.02
ARIMA_mw_4	1.04	1.07	1.07	1.07	1.06	1.05	1.03	1.01	<u>0.99</u>	<u>0.97</u>	<u>0.95</u>	<u>0.93</u>	1.02
ARIMA_mw_10	1.02	1.02	1.02	1.02	1.02	1.02	1.02	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.02
RWD_mw_5	1.01	1.01	1.02	1.03	1.03	1.03	1.03	1.03	1.03	1.04	1.05	1.06	1.03
ARIMA_mw_5	1.05	1.09	1.10	1.10	1.09	1.07	1.05	1.05	1.03	1.02	1.01	1.00	1.05
RWD_mw_6	1.00	1.01	1.01	1.01	1.02	1.03	1.04	1.05	1.07	1.08	1.11	1.13	1.05
TS_mw_6	2.49	1.66	1.34	1.17	1.09	1.02	<u>0.97</u>	<u>0.91</u>	<u>0.87</u>	<u>0.84</u>	<u>0.83</u>	<u>0.83</u>	1.05

Примечание. Цифры в конце модели обозначают размер скользящего окна (в годах), а «г» и «mw» — рекурсивную и скользящую схемы прогнозирования соответственно.

прогнозирования с окнами 4, 8 и 9 лет. Модели скользящего среднего МА показали хорошие результаты для прогнозного периода $H = 24$, но при расширении прогнозного периода эти модели проигрывают по качеству наивному прогнозу.

Нефть марки WTI

Для значения относительного MAPE на интервале с мая 2022 г. по май 2024 г. при построении прогноза на 1 месяц вперед лучшим является наивный прогноз RW. На горизонтах 2 и 3 месяца лучшей моделью является линейный тренд TS_r, построенный по рекурсивной схеме прогнозирования. На горизонтах до 6 месяцев (включительно) модель TS_r продолжает показывать лучшие результаты, превосходя наивный прогноз RW по качеству в среднем в 2.5 раза. Сравнимый с ней результат показывает модель линейного тренда TS по скользящей схеме прогнозирования с окнами 6 и 7 лет, она превосходит наивный прогноз в среднем в 2 раза. На больших горизонтах прогнозирования от 6 до 12 месяцев преимущество перед остальными моделями сохраняет модель TS_r. Хорошие результаты показывает модель наивного скользящего среднего MA_N с окном 2 года и модель TS с окном 7 лет.

Значения относительного RMSE на интервале с мая 2022 г. по май 2024 г. согласуются с результатами для метрики MAPE. Наименьший относительный RMSE практически на всех горизонтах прогнозирования сохранялся у модели линейного тренда TS по рекурсивной схеме прогнозирования, что полностью совпадает с результатом, полученным для метрики MAPE. На горизонтах от 6 до 12 месяцев RMSE модели TS_r в среднем в 2.5 раза меньше, чем у наивного прогноза RW. Также, хорошие результаты подтвердили модель линейного тренда с окном 7 лет и модель наивного скользящего среднего MA_N с окном 2 года.

Для проверки устойчивости результата рассматривается псевдовневыборочный прогноз на более широком горизонте прогнозирования с мая 2019 г. по май 2024 г. Как отмечалось ранее для нефти марки Brent, при увеличении прогнозного периода среднее качество прогнозов снижается. На горизонтах до 3 месяцев модели не могут превзойти наивный прогноз. Лучшей с точки зрения метрики MAPE оказалась модель линейного тренда TS, построенная по скользящей схеме прогнозирования с окном в 6 лет. На втором месте — модели TS с окном 7 лет и ARIMA со скользящими окнами шириной 5, 8 и 9 лет. Данный результат похож на полученный для нефти марки Brent (см. табл. 3). С точки зрения метрики RMSE, на широком горизонте прогнозирования ($H = 60$) лучшей моделью является ARIMA со скользящим окном 9 лет. Здесь имеет место небольшое расхождение между показаниями метрик.

В отличие от нефти марки Brent, для нефти марки WTI на горизонте прогнозирования $H = 24$ наилучшей моделью оказалась модель линейного тренда, построенная по рекурсивной схеме прогнозирования. Однако при увеличении горизонта прогнозирования результаты начинают быть похожими для разных марок нефти. Наиболее универсальными моделями для нефти марки WTI оказались те же модели, что и для марки Brent — линейный тренд TS с шириной окна 6 лет и ARIMA с окном 8 лет. Сезонные модели не показали хороших результатов для нефти марки WTI. В целом, можно сказать, что результаты прогнозирования обеих марок нефти (Brent и WTI) согласуются и похожи.

Бензин RBOB

Для относительного MAPE на интервале с мая 2022 г. по май 2024 г. на коротких горизонтах прогнозирования (до 3 месяцев) лучшие результаты показывают следующие модели: динамическое скользящее среднее MA_D с окном 2 года; ARIMA по рекурсивной схеме

прогнозирования; модель линейного тренда TS (скользящая схема прогнозирования с окнами 5, 6 и 7 лет). Они превосходят наивный прогноз в среднем в два раза. Эти же модели сохраняют хорошие показатели на среднем и длинном горизонтах прогнозирования. Наилучшей для прогнозирования фьючерсных цен на бензин RBOB является модель линейного тренда TS с окнами 6 и 7 лет, которая на всем массиве данных превосходит по качеству наивный прогноз RW почти в 2 раза. Второй по значимости результат на всем массиве показала модель динамического скользящего среднего MA_D с окном 2 года. В целом результат похож на полученный в табл. 1, наилучшими оказались те же модели, что и для нефти марки Brent.

Отметим согласование результатов для обеих метрик на интервале с мая 2022 г. по май 2024 г. Наименьший относительный RMSE практически на всех горизонтах прогнозирования сохранялся у модели линейного тренда TS с окном 7 лет. Для метрики RMSE наилучшие результаты показали те же самые модели, что и для MAPE.

Для проверки устойчивости результата рассматривается псевдовневыборочный прогноз на более широком горизонте прогнозирования с мая 2019 г. по май 2024 г. Как и ранее, на горизонтах прогнозирования до 3 месяцев модели не могут превзойти по качеству наивный прогноз RW. Однако на средних и длинных горизонтах прогнозирования (от 4 до 12 месяцев) превосходство показывают модель линейного тренда TS с окном 6 лет и ARIMA с окном 8 лет. Однако превосходство этих моделей над наивным прогнозом не столь велико, как в случае более короткого горизонта прогнозирования ($H = 24$). Для метрики RMSE модель TS с окном 6 лет не показала устойчивость и оказалась хуже наивного прогноза на всем массиве, а модель ARIMA с окном 8 лет показала лучший результат.

В отличие от исследуемых ранее марок нефти (Brent, WTI), на горизонте прогнозирования $H = 24$ качественный результат показала модель динамического скользящего среднего MA_D с окном 2 года. Эта модель почти в два раза улучшает качество наивного прогноза. Наиболее универсальными моделями для фьючерсных цен на бензин RBOB, как и ранее для нефти, являются модель линейного тренда TS со скользящим окном 6 лет и модель ARIMA со скользящим окном 8 лет. Они показали наиболее устойчивый результат на разных горизонтах прогнозирования. Сезонные модели не показали качественных результатов для фьючерсных цен на бензин RBOB ни на одном горизонте прогнозирования.

Газойль Лондон

По значениям относительной MAPE на интервале с мая 2022 г. по май 2024 г. на горизонтах прогнозирования до 3 месяцев лучший результат показывает модель ARIMA по скользящей схеме прогнозирования с размером окна 9 лет. Данный результат согласуется с аналогичными для метрики RMSE. В целом, можно отметить хорошую работу моделей ARIMA на коротких горизонтах прогнозирования. На горизонтах от 4 до 12 месяцев лучшее качество традиционно показывает модель линейного тренда TS. Интересно, что для газойля Лондон и нефти марки WTI лучшей моделью на всем массиве данных при горизонте прогнозирования $H = 24$ является модель линейного тренда TS по рекурсивной схеме прогнозирования. Данная модель почти в два раза превосходит наивный прогноз по качеству, и в конкретном случае она немного лучше модели TS, построенной по скользящей схеме прогнозирования с окнами 6 и 7 лет. Данное наблюдение верно и для метрики RMSE. Модели скользящего наивного и динамического среднего (MA_N, MA_D) на горизонтах от 6 до 12 месяцев превосходят в среднем в 1.5 раза наивный прогноз RW. Сезонные модели оказались хуже наивного прогноза.

Для проверки устойчивости результата рассматривается псевдовневыборочный прогноз на более широком горизонте прогнозирования с мая 2019 г. по май 2024 г. На горизонтах до 6 месяцев лучшей моделью является ARIMA со скользящим окном в 9 лет. Этот результат согласуется с обеими метриками. Для прогноза на второе полугодие лучшими моделями по метрике MAPE являются модель линейного тренда TS с окном 6 лет и модель ARIMA с окнами 8 и 9 лет. Для метрики RMSE лучшей является модель ARIMA с окнами 8 и 9 лет. Отметим, что улучшения, даваемые этими моделями по отношению к наивному прогнозу RW, в целом весьма незначительны (10–15%). В частности, модель TS с окном 6 лет на горизонтах 9–12 месяцев улучшает наивный прогноз почти в два раза по метрике MAPE. А на горизонте прогнозирования с мая 2019 г. по май 2024 г. моделям скользящего среднего удается превзойти наивный прогноз только на длинных горизонтах прогнозирования (9–12 месяцев).

На горизонте прогнозирования с мая 2022 г. по май 2024 г. временной ряд газойля Лондон очень похож на ряд цены нефти марки WTI, и лучшей моделью для его прогнозирования является модель линейного тренда TS по рекурсивной схеме прогнозирования. Наиболее универсальными моделями, сохраняющими стабильно лучший результат по отношению к наивному прогнозу, являются модель линейного тренда TS со скользящим окном 6 лет и модель ARIMA со скользящими окнами 8 и 9 лет. Это схоже с результатами, полученными для других ресурсов.

Мазут

Для значений относительного MAPE на интервале с мая 2022 г. по май 2024 г. на горизонтах прогнозирования до 4 месяцев лучшие результаты показывает модель ARIMA со скользящим окном 9 лет, незначительно превосходя наивный прогноз RW. Этот результат совпадает и для метрики RMSE. На средних горизонтах прогнозирования (5–9 месяцев) лучшие результаты показывает модель линейного тренда TS (скользящая схема прогнозирования с окнами 6 и 7 лет). На длинных горизонтах прогнозирования (9–12 месяцев) превосходство над наивным прогнозом более чем в два раза показали модель TS по рекурсивной схеме прогнозирования и по скользящей схеме прогнозирования с окном 7 лет. На всем массиве данных лучшей оказалась модель TS со скользящими окнами 6 и 7 лет.

На более широком горизонте прогнозирования, с мая 2019 г. по май 2024 г., среднее качество прогнозов снижается. На горизонтах до полугодия лучшей моделью является наивный прогноз. Его незначительно превосходит по качеству только модель ARIMA со скользящим окном 9 лет. На горизонте 6–12 лет, для метрики MAPE результат наивного прогноза улучшается в 1.5 раза с помощью модели TS со скользящим окном 6 лет. Для метрики RMSE хороший результат на промежутке 10–12 месяцев показывает модель TS по рекурсивной схеме прогнозирования.

Для прогнозирования фьючерсных цен на мазут на горизонте с мая 2022 г. по май 2024 г. лучше использовать модель линейного тренда TS с окнами 6 и 7 лет. При увеличении горизонта прогнозирования, с мая 2019 г. по май 2024 г., лучше использовать модель ARIMA со скользящим окном 9 лет. Наиболее универсальными моделями по результатам анализа является модель TS с окном 6 лет и модель ARIMA с окном 9 лет. Это похоже на результаты, полученные для других нефтепродуктов, однако для прогнозирования цен на мазут в модели ARIMA требуется более широкое окно (9, а не 8 лет), как и для нефти марки WTI. Сезонные модели не показали качественного результата.

Показатель GMFQI

Для всех моделей, участвующих в данном исследовании, был рассчитан обобщенный показатель качества прогноза модели GMFQI, введенный для определения наиболее универсальной модели для прогнозирования цен нефтепродуктов. В таблице 5 представлены расположенные в порядке возрастания результаты по показателю GMFQI для 10 лучших моделей.

Таблица 5. Лидирующие модели по показателю GMFQI

Место	Модели	GMFQI
1	TS_mw_6	0.828
2	TS_mw_7	0.86
3	ARIMA_mw_8	0.906
4	ARIMA_mw_9	0.908
5	ARIMA_mw_5	0.912
6	ARIMA_mw_6	0.963
7	ARIMA_r	0.983
8	TS_mw_5	0.986
9	MA_N_2	1.014
10	MA_D_2	1.022

Примечание. Цифры в конце модели обозначают размер скользящего окна (в годах), а «г» и «mw» — рекурсивную и скользящую схему прогнозирования соответственно.

Из таблицы 5 видно, что по результатам расчета показателя GMFQI наиболее универсальными моделями являются модель TS со скользящей схемой прогнозирования (ширина окна 6 и 7 лет) и модель ARIMA, также оцененная по скользящей схеме прогнозирования. Отметим, что модели скользящего среднего (наивного MA_N и динамического MA_D) также вошли в топ-10. Модели с сезонными компонентами занимают последние места, например, модель RWDS_mw_10 занимает 41-е место (лучший результат среди моделей с сезонной компонентой). Наиболее универсальной моделью по показателю GMFQI стала модель линейного тренда TS_mw_6.

5. Выводы

В работе рассмотрены различные модели для прогнозирования цен на нефть и нефтепродукты. Для оценки качества работы моделей строился псевдовневыборочный прогноз по двум схемам — рекурсивной и скользящего окна. Результаты, полученные в работе и представленные в виде таблиц 1–4, сведены в общую табл. 6. Эта таблица содержит лучшие модели для каждого горизонта прогнозирования (1–12) и каждого прогнозного периода ($H = 24, 60$). По строкам расположены результаты для каждого рассмотренного нефтяного ресурса. По столбцам приведены модели с минимальным относительным MAPE (брался минимум по MAPE на конкретном горизонте прогнозирования и записывалась соответствующая модель, в случае нескольких минимумов учитывались все соответствующие модели) для каждого горизонта прогнозирования и для всего прогнозного массива в целом. Определен показатель GMFQI, по которому составлен рейтинг наиболее универсальных

Таблица 6. Сводная таблица результатов исследования по метрике MARE

Ресурс	Прогнозный период (мес.)	Горизонт прогнозирования						Весь массив
		1	2	3	4	5	6	
Нефть Брент	24	ARIMA_mw_5,8	ARIMA_mw_5,8,9	TS_mw_6,7	TS_mw_6,7	TS_mw_6	TS_mw_6,7	TS_mw_6,7
	60	RW	ARIMA_r	RW	ARIMA_mw_9	TS_mw_6	TS_mw_6	TS_mw_6
Нефть WTI	24	RW	TS_r	TS_r	TS_r	TS_r	TS_r	TS_r
	60	RW	RW	ARIMA_mw_9	ARIMA_mw_8,9	TS_mw_6	TS_mw_6	TS_mw_6
Бензин RBOB	24	ARIMA_r	TS_mw_5	TS_mw_5; MA_D_2	MA_D_2	TS_mw_6,7; MA_D_2	TS_mw_6,7; MA_D_2	TS_mw_6,7
	60	RWD_r; ARIMA_mw_3	RW	RW	ARIMA_mw_8	TS_mw_6	TS_mw_6,7	TS_mw_6; ARIMA_mw_8
Газойл Лондон	24	ARIMA_r; ARIMA_mw_6–10	ARIMA_mw_9	ARIMA_mw_9	TS_r	TS_r; TS_mw_6	TS_r; TS_mw_6	TS_r
	60	ARIMA_r; ARIMA_mw_9,10	ARIMA_mw_9	ARIMA_mw_9	ARIMA_mw_9	ARIMA_mw_9	TS_mw_7	ARIMA_mw_4,6; TS_mw_6,7
Мазут	24	RW	ARIMA_mw_5,9	ARIMA_mw_6,9	TS_mw_7; ARIMA_mw_9	MA_D_2; TS_mw_5,6,7	TS_mw_6,7	TS_mw_7
	60	RW	RW	RW	ARIMA_mw_9	ARIMA_mw_9	TS_mw_6	ARIMA_mw_4,6,9; TS_mw_6,7
Нефть Брент	24	TS_mw_6,7,8; MA_N_2	TS_mw_6,8; MA_N_2	TS_mw_6,8; MA_N_2	TS_mw_8; MA_N_2	TS_mw_8	TS_mw_8; MA_N_2; MA_D_3	TS_mw_6,7
Нефть WTI	60	TS_mw_6	TS_mw_6	TS_mw_6	TS_mw_6	TS_mw_6	TS_mw_6	TS_mw_6
	24	TS_r; TS_mw_7	TS_r; TS_mw_7	TS_mw_7	TS_r; TS_mw_7,8	MA_N_2; TS_r; TS_mw_7,8	MA_N_2; MA_D_3; TS_r; TS_mw_7,8	TS_r
Бензин RBOB	60	TS_mw_6	TS_mw_6	TS_mw_6	TS_mw_6	TS_mw_6	TS_mw_6	TS_mw_6
	24	TS_mw_6,7	ARIMA_r	TS_mw_7	TS_mw_7	TS_mw_6,7	TS_mw_6,7	TS_mw_6,7
	60	TS_mw_6	TS_mw_6	TS_mw_6	TS_mw_6	TS_mw_6	TS_mw_6	TS_mw_6; ARIMA_mw_8
Газойл Лондон	24	TS_r	TS_r; TS_mw_6,7	TS_r; TS_mw_6,7,8	TS_r; TS_mw_7,8	TS_r; TS_mw_7,8	TS_r	TS_r
	60	TS_mw_7	TS_mw_6,7	TS_mw_6,7	TS_mw_6	TS_mw_6	TS_mw_6	ARIMA_mw_4,6; TS_mw_6,7
Мазут	24	TS_mw_6,7	TS_mw_6,7	TS_mw_6,7,8	TS_mw_7,8	TS_r; TS_mw_7	TS_r; TS_mw_7	TS_mw_7
	60	TS_mw_6,7	TS_mw_6	TS_mw_6	TS_mw_6	TS_mw_6	TS_mw_6	ARIMA_mw_4,6,9; TS_mw_6,7

Примечание. Цифры в конце модели обозначают размер скользящего окна (в годах), а «г» и «mw» — рекурсивную и скользящую схему прогнозирования соответственно.

моделей для прогнозирования цен на нефть и нефтепродукты. Определены 10 лидирующих моделей. Полученные результаты позволяют сделать следующие выводы.

Рекурсивная схема прогнозирования показывает лучшие результаты прогнозирования фьючерсных цен на нефть марки WTI и газойль Лондон на прогнозном периоде с мая 2022 г. по май 2024 г. ($H = 24$). В отличие от рекурсивной, скользящая схема показывает стабильно хорошие результаты на обоих рассмотренных прогнозных периодах (в 24 и 60 месяцев). В большинстве случаев моделям не удастся улучшить наивный прогноз на горизонте прогнозирования 1 месяц, однако модели ARIMA со скользящим окном все же улучшают наивный прогноз на данном горизонте для некоторых ресурсов: нефти марки Brent ($H = 24$), бензина RBOB и газойля Лондон. Наиболее универсальной моделью, превосходящей наивный прогноз на всех рассмотренных прогнозных периодах, оказалась модель линейного тренда TS, построенная по скользящей схеме прогнозирования и взятая с окнами 6 и 7 лет. Также наиболее универсальными оказались модели ARIMA, построенные по скользящей схеме прогнозирования с величиной окна 4, 6 и 8 лет — они показывали стабильно хороший результат вне зависимости от длины прогнозного периода, рассматриваемой метрики и нефтепродукта. Этот результат согласуется с результатами из табл. 5: лучшие по прогнозной силе модели, выбранные различными способами, совпадают. Исследование также показало согласованность результатов выбора между метриками MAPE и RMSE, поведение моделей повторялось на разных шагах прогнозирования.

Отметим ухудшение качества прогноза (относительно наивного) при увеличении прогнозного периода с 24 до 60 месяцев. На периоде с мая 2019 г. по май 2024 г. многие модели оказались не способными улучшить качество наивного прогноза RW, особенно на маленьких горизонтах прогнозирования (1–3 месяца). Так, модели скользящего среднего (MA_N и MA_D) показали хорошие результаты работы при прогнозном периоде с мая 2022 г. по май 2024 г., где на горизонтах 6–12 месяцев они в среднем в 1.5 раза превосходили наивный прогноз. Но при прогнозном периоде с мая 2019 г. по май 2024 г. эти модели стали в большинстве своем показывать результаты хуже наивного прогноза. Все модели с сезонной составляющей показали результат хуже наивного прогноза. В рамках исследования удалось выявить модели, которые значительно улучшают наивный прогноз и, тем самым, отвергнуть предположение о том, что, несмотря на динамические свойства рассматриваемых показателей, последнее известное значение не является лучшим прогнозом.

Благодарности. Статья написана в рамках НИР Госзадания РАНХиГС 2025 г.

Список литературы

- Астафьева Е. В., Турунцева М. Ю. (2023). Анализ возможностей улучшения качества прогнозов цен на природные ресурсы методами комбинирования на основе регрессионных оценок весов. *Экономическое развитие России*, 30 (12), 24–33.
- Астафьева Е. В., Турунцева М. Ю. (2024). Повышение качества прогнозирования простейшими методами комбинирования отдельных прогнозов. *Прикладная эконометрика*, 2 (74), 78–103. DOI: 10.22394/1993-7601-2024-74-78-103.
- Аганин А. Д., Маневич В. А., Пересецкий А. А., Погорелова П. В. (2023). Сравнение моделей прогноза волатильности криптовалют и фондового рынка. *Экономический журнал Высшей школы экономики*, 27 (1), 49–77. DOI: 10.17323/1813-8691-2023-27-1-49-77.

- Amor L. B., Lahyani I., Jmaiel M. (2016). Recursive and rolling windows for medical time series forecasting: A comparative study. In: *2016 IEEE Intl Conference on Computational Science and Engineering (CSE) and IEEE Intl Conference on Embedded and Ubiquitous Computing (EUC) and 15th Intl Symposium on Distributed Computing and Applications for Business Engineering (DCABES)*, 106–113. DOI: 10.1109/CSE-EUC-DCABES.2016.169.
- Baumeister C., Kilian L. (2014). What central bankers need to know about forecasting oil prices. *International Economic Review*, 55(3), 869–889. DOI: 10.1111/iere.12074.
- Baumeister C., Kilian L. (2015). Forecasting the real price of oil in a changing world: A forecast combination approach. *Journal of Business & Economic Statistics*, 33 (3), 338–351. DOI: 10.1080/07350015.2014.949342.
- Black A. J., Klinkowska O., McMillan D. G., McMillan F. J. (2014). Forecasting stock returns: Do commodity prices help? *Journal of Forecasting*, 33 (8), 627–639. DOI: 10.2139/ssrn.2467095.
- Cai Z., Juhl T. (2023). The distribution of rolling regression estimators. *Journal of Econometrics*, 235 (2), 1447–1463. DOI: 10.1016/j.jeconom.2022.12.001.
- Clark T. E., McCracken M. W. (2009). Improving forecast accuracy by combining recursive and rolling forecasts. *International Economic Review*, 50 (2), 363–395. DOI: 10.1111/j.1468-2354.2009.00533.x.
- Guidolin M., McMillan D. G., Wohar M. E. (2013). Time varying stock return predictability: Evidence from US sectors. *Finance Research Letters*, 10 (1), 34–40. DOI: 10.1016/j.frl.2012.07.002.
- Hamilton J. D. (2013). Historical oil shocks. In: *Routledge Handbook of Major Events in Economic History*, 239–265. DOI: 10.4324/9780203067871.ch21.
- Hamilton J. D. (1983). Oil and the macroeconomy since World War II. *Journal of Political Economy*, 91 (2), 228–248. DOI: 10.1086/261140.
- Inoue A., Jin L., Rossi B. (2017). Rolling window selection for out-of-sample forecasting with time-varying parameters. *Journal of Econometrics*, 196 (1), 55–67. DOI: 10.1016/j.jeconom.2016.03.006.
- Kilian L., Vigfusson R. J. (2017). The role of oil price shocks in causing US recessions. *Journal of Money, Credit and Banking*, 49 (8), 1747–1776. DOI: 10.1111/jmcb.12430.
- Makridakis S., Spiliotis E., Assimakopoulos V. (2020). The M4 competition: 100,000 time series and 61 forecasting methods. *International Journal of Forecasting*, 36 (1), 54–74. DOI: 10.1016/j.ijforecast.2019.04.014.
- Makridakis S., Spiliotis E., Assimakopoulos V. (2022). M5 accuracy competition: Results, findings, and conclusions. *International Journal of Forecasting*, 38 (4), 1346–1364. DOI: 10.1016/j.ijforecast.2021.11.013.
- Makridakis S., Spiliotis E., Hollyman R., Petropoulos F., Swanson N., Gaba A. (2025). The M6 forecasting competition: Bridging the gap between forecasting and investment. *International Journal of Forecasting*, 41 (4), 1315–1354. DOI: 10.1016/j.ijforecast.2024.11.002.
- McMillan D. G. (2018). Forecasting stock returns — historical mean vs. dividend yield: Rolling regressions and time-variation. *Predicting Stock Returns: Implications for Asset Pricing*, 27–56. DOI: 10.1007/978-3-319-69008-7_3.
- Morales-Arias L., Moura G. V. (2013). Adaptive forecasting of exchange rates with panel data. *International Journal of Forecasting*, 29 (3), 493–509. DOI: 10.1016/j.ijforecast.2012.10.007.
- Sahiner M. (2022) Forecasting volatility in Asian financial markets: Evidence from recursive and rolling window methods. *SN Business & Economics*, 2 (10), 157. DOI: 10.1007/s43546-022-00329-9.

- Smyl S. (2020). A hybrid method of exponential smoothing and recurrent neural networks for time series forecasting. *International Journal of Forecasting*, 36 (1), 75–85. DOI: 10.1016/j.ijforecast.2019.03.017.
- Stock J. H., Watson M. W. (2003). Forecasting output and inflation: The role of asset prices. *Journal of Economic Literature*, 41 (3), 788–829. DOI: 10.1257/jel.41.3.788.
- Wang X., Hyndman R. J., Li F., Kang Y. (2023). Forecast combinations: An over 50-year review. *International Journal of Forecasting*, 39 (4), 1518–1547. DOI: 10.1016/j.ijforecast.2022.11.005.
- West K. D. (2006). Forecast evaluation. *Handbook of Economic Forecasting*, 1, 99–134. DOI: 10.1016/s1574-0706(05)01003-7.
- Zivot E., Wang J. (2003). Rolling analysis of time series. In: *Modeling Financial Time Series with S-Plus*, 299–346. Springer. DOI: 10.1007/978-0-387-21763-5_9.

Поступила в редакцию 04.07.2025
принята в печать 17.09.2025.

Koloskov D. A., Turuntseva M. Yu. The oil and coke prices forecast evaluation using the different forecasting scheme. *Applied Econometrics*, 2025, v. 80, pp. 5–25.
DOI: 10.22394/1993-7601-2025-80-5-25.

Daniil Koloskov

RANEPA, Moscow, Russian Federation;
koloskov-da@ranepa.ru

Marina Turuntseva

RANEPA, Moscow, Russian Federation;
turuntseva@ranepa.ru

The oil and coke prices forecast evaluation using the different forecasting scheme

Price indicators are often non-stationary stochastic processes. As a result, theoretically, the best forecast is simply the last observed value. In this study, we examine various approaches to constructing pseudo out-of-sample forecasts, using futures prices for oil and petroleum products as examples. We use simple econometric models (including different types of random walks, moving averages, linear trend models, and ARIMA) to compare the predictive performance of recursive and rolling (moving window) forecasting schemes. Our results show that the rolling forecasting scheme outperformed the recursive scheme more frequently. Linear trend models with a 6-year rolling window and ARIMA models with 8-year and 9-year rolling windows prove to be the most broadly applicable models for forecasting oil and petroleum product prices. Finally, we observe that forecast accuracy, on average, deteriorates (relative to a naive last-value forecast) as the forecast horizon increases from 24 months to 60 months.

Keywords: forecasting; pseudo out-of-sample forecast; moving average; rolling scheme; recursive scheme; forecast evaluation; oil; coke; prices.

JEL classification: C53; E31.

References

- Astafyeva E. V., Turuntseva M. Yu. (2023). Analysis of opportunities to improve the quality of natural resource price by combining forecasts resulting from methods based on regression estimates of weights. *Econicheskoe razvitie Rossii*, 30 (12), 24–33 (in Russian).
- Astafyeva E. V., Turuntseva M. Yu. (2024). Forecast evaluation improving using the simplest methods of individual forecasts' combination. *Applied Econometrics*, 2 (74), 78–103 (in Russian). DOI: 10.22394/1993-7601-2024-74-78-103.
- Aganin A., Manevich V., Peresetsky A., Pogorelova P. (2023). Comparison of cryptocurrency and stock market volatility forecast models. *HSE Economic Journal*, 27 (1), 49–77 (in Russian). DOI: 10.17323/1813-8691-2023-27-1-49-77.
- Amor L. B., Lahyani I., Jmaiel M. (2016). Recursive and rolling windows for medical time series forecasting: A comparative study. In: *2016 IEEE Intl Conference on Computational Science and Engineering (CSE) and IEEE Intl Conference on Embedded and Ubiquitous Computing (EUC) and 15th Intl Symposium on Distributed Computing and Applications for Business Engineering (DCABES)*, 106–113. DOI: 10.1109/CSE-EUC-DCABES.2016.169.
- Baumeister C., Kilian L. (2014). What central bankers need to know about forecasting oil prices. *International Economic Review*, 55(3), 869–889. DOI: 10.1111/iere.12074.
- Baumeister C., Kilian L. (2015). Forecasting the real price of oil in a changing world: A forecast combination approach. *Journal of Business & Economic Statistics*, 33 (3), 338–351. DOI: 10.1080/07350015.2014.949342.
- Black A. J., Klinkowska O., McMillan D. G., McMillan F. J. (2014). Forecasting stock returns: Do commodity prices help? *Journal of Forecasting*, 33 (8), 627–639. DOI: 10.2139/ssrn.2467095.
- Cai Z., Juhl T. (2023). The distribution of rolling regression estimators. *Journal of Econometrics*, 235 (2), 1447–1463. DOI: 10.1016/j.jeconom.2022.12.001.
- Clark T. E., McCracken M. W. (2009). Improving forecast accuracy by combining recursive and rolling forecasts. *International Economic Review*, 50 (2), 363–395. DOI: 10.1111/j.1468-2354.2009.00533.x.
- Guidolin M., McMillan D. G., Wohar M. E. (2013). Time varying stock return predictability: Evidence from US sectors. *Finance Research Letters*, 10 (1), 34–40. DOI: 10.1016/j.frl.2012.07.002.
- Hamilton J. D. (2013). Historical oil shocks. In: *Routledge Handbook of Major Events in Economic History*, 239–265. DOI: 10.4324/9780203067871.ch21.
- Hamilton J. D. (1983). Oil and the macroeconomy since World War II. *Journal of Political Economy*, 91 (2), 228–248. DOI: 10.1086/261140.
- Inoue A., Jin L., Rossi B. (2017). Rolling window selection for out-of-sample forecasting with time-varying parameters. *Journal of Econometrics*, 196 (1), 55–67. DOI: 10.1016/j.jeconom.2016.03.006.
- Kilian L., Vigfusson R. J. (2017). The role of oil price shocks in causing US recessions. *Journal of Money, Credit and Banking*, 49 (8), 1747–1776. DOI: 10.1111/jmcb.12430.
- Makridakis S., Spiliotis E., Assimakopoulos V. (2020). The M4 competition: 100,000 time series and 61 forecasting methods. *International Journal of Forecasting*, 36 (1), 54–74. DOI: 10.1016/j.ijforecast.2019.04.014.
- Makridakis S., Spiliotis E., Assimakopoulos V. (2022). M5 accuracy competition: Results, findings, and conclusions. *International Journal of Forecasting*, 38 (4), 1346–1364. DOI: 10.1016/j.ijforecast.2021.11.013.

- Makridakis S., Spiliotis E., Hollyman R., Petropoulos F., Swanson N., Gaba A. (2025). The M6 forecasting competition: Bridging the gap between forecasting and investment. *International Journal of Forecasting*, 41 (4), 1315–1354. DOI: 10.1016/j.ijforecast.2024.11.002.
- McMillan D. G. (2018). Forecasting stock returns — historical mean vs. dividend yield: Rolling regressions and time-variation. *Predicting Stock Returns: Implications for Asset Pricing*, 27–56. DOI: 10.1007/978-3-319-69008-7_3.
- Morales-Arias L., Moura G. V. (2013). Adaptive forecasting of exchange rates with panel data. *International Journal of Forecasting*, 29 (3), 493–509. DOI: 10.1016/j.ijforecast.2012.10.007.
- Sahiner M. (2022) Forecasting volatility in Asian financial markets: Evidence from recursive and rolling window methods. *SN Business & Economics*, 2 (10), 157. DOI: 10.1007/s43546-022-00329-9.
- Smyl S. (2020). A hybrid method of exponential smoothing and recurrent neural networks for time series forecasting. *International Journal of Forecasting*, 36 (1), 75–85. DOI: 10.1016/j.ijforecast.2019.03.017.
- Stock J. H., Watson M. W. (2003). Forecasting output and inflation: The role of asset prices. *Journal of Economic Literature*, 41 (3), 788–829. DOI: 10.1257/jel.41.3.788.
- Wang X., Hyndman R. J., Li F., Kang Y. (2023). Forecast combinations: An over 50-year review. *International Journal of Forecasting*, 39 (4), 1518–1547. DOI: 10.1016/j.ijforecast.2022.11.005.
- West K. D. (2006). Forecast evaluation. *Handbook of Economic Forecasting*, 1, 99–134. DOI: 10.1016/s1574-0706(05)01003-7.
- Zivot E., Wang J. (2003). Rolling analysis of time series. In: *Modeling Financial Time Series with S-Plus*, 299–346. Springer. DOI: 10.1007/978-0-387-21763-5_9.

Received 04.07.2025; accepted 17.09.2025